

УТВЕРЖДАЮ

Начальник главного управления
по образованию
Могилевского облисполкома

А.Б.Заблоцкий
«12» ноября 2021 г.

ЗАДАНИЯ

для проведения второго этапа республиканской олимпиады
по учебному предмету «Физика»

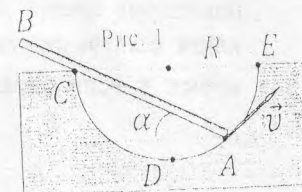
Дата проведения: 20 ноября 2021 г.

Время выполнения заданий: 10.00 – 15.00.

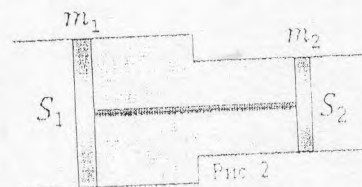
XI класс

Справочные данные: ускорение свободного падения $g = 9,81 \text{ м/с}^2$, молярная газовая постоянная $R = 8,31 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$, электрическая постоянная $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$, удельный заряд электрона $e/m = 1,76 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг}$, $\pi = 3,14$.
Разрешается пользоваться инженерным калькулятором.

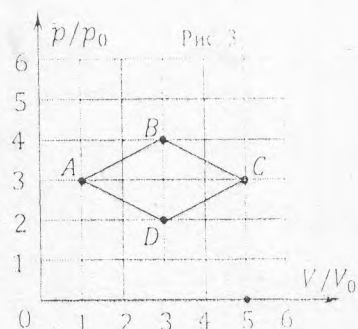
1. «Жёсткое скольжение» Жёсткий стержень AB (Рис. 1) опирается на выступ C полусферической лунки радиусом R на горизонтальной поверхности. Точка A стержня равномерно движется (скользит) по поверхности лунки со скоростью v , начиная из нижней точки D до верхней точки E (см. Рис. 1). Найдите зависимость $u(\alpha)$ модуля скорости конца B стержня от угла α , который он составляет с горизонтом. Вычислите значение u_1 этой скорости при $\alpha = 32^\circ$, $v = 15 \text{ см/с}$. Длина стержня AB равна $2R$.



2. «Маятник Бойля – Мариотта» В двух неподвижных гладких горизонтальных трубах (Рис. 2) с площадями поперечных сечений $S_1 = 36 \text{ см}^2$ и $S_2 = 25 \text{ см}^2$, герметично соединённых между собой и открытых с других концов в атмосферу, находятся два поршня массами $m_1 = 0,35 \text{ кг}$ и $m_2 = 0,25 \text{ кг}$. Между поршнями, которые жёстко связаны невесомым стержнем длиной $2l = 50 \text{ см}$, находится идеальный газ. В положении равновесия поршни отстоят от места соединения труб на расстояние $l = 25 \text{ см}$. Чему равна и куда направлена сила давления \vec{F}_d идеального газа на трубы? Найдите период T малых колебаний поршней, если их лёгким толчком вывести из положения равновесия. Массой газа пренебречь. Считайте, что при колебаниях температура газа между поршнями не меняется. Атмосферное давление нормальное: $p_0 = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Па}$.



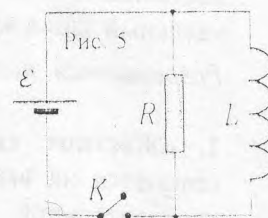
3. «Ромбоцикл» Циклический процесс $ABCD$, совершаемый над идеальным газом, на (p, V) диаграмме в относительных координатах $(p/p_0, V/V_0)$ представляет собой ромб (Рис. 3). Известно, что вершины A и C ромба лежат на одной изобаре, а вершины B и D — на одной изохоре. Найдите и вычислите, на сколько (ΔQ) отличается количество теплоты Q_{AB} , подведенное к газу на участке AB , от модуля $|Q_{CD}|$ количества теплоты, отведенного от газа на участке CD , если $p_0 = 1,01 \cdot 10^5 \text{ Па}$, $V_0 = 1,00 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$.



4. «Электронная окружность» В однородном электростатическом поле (Рис. 4) с модулем напряжённости $E_0 = 9,55 \text{ кВ/м}$ закреплён точечный (достаточно маленький) положительный заряд $q = 1,64 \text{ нКл}$. Известно, что под действием данных полей электрон равномерно движется по окружности радиуса $r = 1,58 \text{ см}$ с круговой (циклической) частотой $\omega = 5,95 \cdot 10^8 \text{ рад/с}$. На каком расстоянии l от точечного заряда q находится центр окружности, по которой вращается электрон? Силой тяжести пренебречь.



5. «Время истекло» В схеме, показанной на рисунке 5, все элементы можно считать идеальными. Параметры элементов указаны на рисунке. До замыкания ключа ток в цепи отсутствовал. Ключ K замыкают на некоторое время τ , а затем размыкают. Оказалось, что за время, пока ключ был замкнут, через источник протёк заряд $q = 15 \text{ Кл}$. Найдите время τ , если параметры цепи $\mathcal{E} = 3,0 \text{ В}$, $L = 3,2 \text{ мГн}$, $R = 1,6 \text{ Ом}$.



11 класс.

11-1. «Жёсткое скольжение» Поскольку стержень жёсткий (недеформируемый), то в процессе его движения (скольжения) расстояние между любыми точками стержня не может измениться.

Это означает, что проекции скоростей всех точек стержня на направление «вдоль стержня» $u_{||}$ (т.н. параллельные проекции) должны быть одинаковы, поскольку в противном случае расстояния между точками будут изменяться.

Следовательно, параллельная проекция $u_{||}$ скорости \vec{u} точки B (Рис. 11), равна параллельной проекции $v_{||}$ скорости точки A «на стержень»

$$u_{||} = v_{||}. \quad (1)$$

Из равнобедренного треугольника COA следует, что вектор \vec{v} ($\vec{v} \perp OA$) составляет угол β со стержнем, причем

$$\beta = \frac{\pi}{2} - \alpha. \quad (2)$$

Соответственно, параллельная проекция $v_{||}$ скорости точки A «на стержень»

$$v_{||} = v \cos \beta = v \sin \alpha. \quad (3)$$

Перпендикулярные составляющие скоростей u_{\perp} линейно возрастают с расстоянием от точки C (вращение относительно точки опоры), следовательно, для точек B и A справедливо равенство

$$\frac{u_{\perp}}{BC} = \frac{v \cos \alpha}{CA}. \quad (4)$$

Из $\triangle COA$ (см. Рис. 11) найдем

$$\begin{aligned} AC &= 2R \cos \alpha \\ BC &= 2R - 2R \cos \alpha \end{aligned} \quad \vec{u} \quad (5)$$

Подставляя (5) в (4), получим

$$u_{\perp} = v \cos \alpha \frac{2R - 2R \cos \alpha}{2R \cos \alpha} = v(1 - \cos \alpha). \quad (6)$$

Из треугольника скоростей (по теореме Пифагора) искомая зависимость $u(\alpha)$ скорость точки B стержня равна

$$u = \sqrt{(u_{||})^2 + (u_{\perp})^2} = \sqrt{v^2(\sin \alpha)^2 + v^2(1 - \cos \alpha)^2}, \quad (7)$$

или Это означает, что

$$u(\alpha) = \sqrt{2(1 - \cos \alpha)} = 2v \sin \frac{\alpha}{2}. \quad (8)$$

Расчет по формуле (8) дает

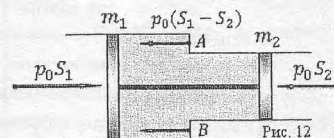
$$\text{Следовательно, } u_1 = \left(2 \cdot 15 \cdot \sin \frac{32^\circ}{2}\right) \left(\frac{\text{см}}{\text{с}}\right) = \{8,269120675\} = 8,3 \frac{\text{см}}{\text{с}}. \quad (9)$$

В соответствии с правилами округления (см. данные условия) все окончательные ответы приводим с точностью до двух значащих цифр.

11-2. «Маятник Бойля — Мариотта» Рассмотрим поршни, газ между ними и соединяющий стержень как одно «сложное» физическое тело (Рис. 12).

Равновесие этого тела обеспечивается тем, что полная сила давления $p_0(S_1 - S_2)$ со стороны атмосферы, действующая вправо (в сторону меньшего поршня), компенсируется силой давления $p(S_1 - S_2)$ со стороны уступа, действующей влево.

Следовательно, при равновесии системы давление p газа между поршнями должно быть равно атмосферному давлению p_0



$$p = p_0. \quad (1)$$

При малом смещении Δx системы (см. Рис. 12), например, вправо, часть газа из широкого сосуда сечением S_1 переместится в узкий сосуд сечением S_2 , вследствие чего объем газа будет уменьшаться (стержень нерастяжим!), а давление – расти.

Запишем закон Бойля – Мариотта для идеального газа между поршнями при постоянной температуре

$$p_0(S_1 l + S_2 l) = (p_0 + \Delta p)(S_1(l - \Delta x) + S_2(l + \Delta x)), \quad (2)$$

где Δp – увеличение давления газа.

Раскрывая скобки в (1) и приводя подобные, получаем

$$0 = p_0(S_2 - S_1)\Delta x + \Delta p l(S_1 + S_2) + \Delta p \Delta x (S_2 - S_1), \quad (3)$$

Поскольку последнее слагаемое в (3) содержит произведение двух малых величин (бесконечно малая величина более высокого порядка малости), поэтому его можно отбросить, оставив более «крупные» члены уравнения.

Тогда для приращения давления газа между поршнями находим

$$\Delta p = \frac{p_0(S_1 - S_2)}{l(S_1 + S_2)} \Delta x. \quad (4)$$

Поскольку атмосферное давление не изменилось, то результирующая сила давления со стороны уступов на газ будет направлена влево (против оси Ox) и равна

$$F_d = \Delta p(S_1 - S_2) = \frac{p_0(S_1 - S_2)^2}{l(S_1 + S_2)} \Delta x = k \Delta x \quad (5)$$

где $k = \frac{p_0(S_1 - S_2)^2}{l(S_1 + S_2)}$ – «эффективный» коэффициент упругости газа между поршнями.

Убедитесь самостоятельно, что при смещении системы влево (газ при этом уже не сжимается, а разрезается!) формулы (3) и (4) продолжают работать, но теперь равнодействующая сил давления будет направлена вправо (как на пружине).

Таким образом, согласно (4) при малых смещениях поршней газ можно заменить пружиной с коэффициентом упругости k .

Запишем второй закон Ньютона для движения системы (массой газа пренебрегаем)

$$(m_1 + m_2)a = -k\Delta x. \quad (6)$$

Перепишывая (6) в виде

$$a = -\frac{k}{(m_1 + m_2)} \Delta x, \quad (7)$$

получаем уравнение гармонических колебаний с периодом

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{(m_1 + m_2)}{k}} = 2\pi \sqrt{\frac{(m_1 + m_2)l(S_1 + S_2)}{p_0(S_1 - S_2)^2}} = \frac{2\pi}{(S_1 - S_2)} \sqrt{\frac{(m_1 + m_2)l(S_1 + S_2)}{p_0}}. \quad (8)$$

Для параметров, приведенных в условии задачи, расчет даёт

$$T = \left(\frac{2 \cdot 3,14}{(36 - 25) \cdot 10^{-4}} \sqrt{\frac{(0,35 + 0,25) \cdot 0,25 \cdot (36 + 25) \cdot 10^{-4}}{1,01 \cdot 10^5}} \right) (\text{с}) = \{0,5433964774\} = 0,54 \text{ с}. \quad (9)$$

В соответствии с правилами округления (см. данные условия) окончательный ответ приводим с точностью до двух значащих цифр.

Заметим, что при работе отбойного молотка (для снятия асфальтовых и бетонных покрытий) также используется сжатый воздух, переменная сила давления которого приводит в колебательное движение жало молотка. Правда при этом период вынужденных колебаний жала несколько меньше (9).

11-3. «Ромбоцикл» Согласно первому началу термодинамики, количество теплоты, подведенное к газу на участке AB , найдем как

$$Q_{AB} = \Delta U_{AB} + A_{AB}, \quad (1)$$

а количество теплоты, отведенное на участке CD

$$|Q_{CD}| = Q_{DC} = \Delta U_{DC} = \Delta U_{DC} + A_{DC}. \quad (2)$$

Запишем уравнение состояния идеального газа в форме Клапейрона–Менделеева для точек A и B

$$p_A V_A = 3p_0 V_0 = \nu R T_A, \quad (3)$$

$$p_B V_B = 4p_0 V_0 = \nu R T_B. \quad (4)$$

Вычитая из (4) равенство (3), получим

$$12p_0 V_0 - 3p_0 V_0 = 9p_0 V_0 = \nu R (T_B - T_A). \quad (5)$$

Аналогично найдем изменение температуры при переходе идеального газа из состояния D в состояние C

$$15p_0 V_0 - 6p_0 V_0 = 9p_0 V_0 = \nu R (T_C - T_D). \quad (6)$$

Как следует из (5) и (6), приращения температур при переходах $A \rightarrow B$ и $D \rightarrow C$ равны между собой

$$T_B - T_A = T_C - T_D. \quad (7)$$

Это означает, что равны между собой и соответствующие приращения внутренней энергии

$$\Delta U_{AB} = \Delta U_{DC}. \quad (8)$$

Работа газа за весь цикл равна площади ромба

$$A = \frac{1}{2} 2p_0 4V_0 = 4p_0 V_0. \quad (9)$$

Работа A_{AB} идеального газа (затонированная площадь под графиком на соответствующем участке, Рис. 13) больше работы A_{DC} на величину $A/2$. Это означает, что Q_{AB} больше $|Q_{CD}|$ на такую же величину

$$\Delta Q = Q_{AB} - |Q_{CD}| = \frac{A}{2} = 2p_0 V_0 = 2 \cdot 1,01 \cdot 10^5 \cdot 1,0 \cdot 10^{-3} (\text{Дж}) = 202 \text{ Дж}. \quad (10)$$

В соответствии с правилами округления (см. данные условия) окончательный ответ приводим с точностью до трёх значащих цифр.

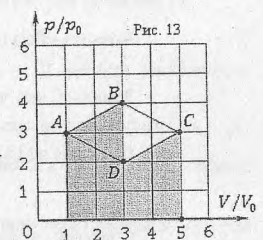
11-4. «Электронная окружность» Проанализируем взаимное расположение данных электростатических полей и круговой траектории электрона ($-e$), при котором возможно выполнение условия задачи.

Поскольку силой тяжести можно пренебречь (это «норма» в мире элементарных частиц), то в данном случае электрон движется по окружности под действием двух электростатических сил: одна – со стороны однородного поля ($\vec{F}_1 = -e\vec{E}_0$), вторая – со стороны точечного положительного заряда ($\vec{F}_2 = -e\vec{E}$).

При равномерном движении электрона по окружности модуль его центростремительного ускорения остается постоянным, следовательно, модуль равнодействующей двух сил также должен оставаться постоянным.

Кроме того, поскольку равнодействующая этих двух сил сообщает электрону центростремительное ускорение, то их векторная сумма в любой точке траектории должна быть направлена к центру окружности.

Выполнение этих условий возможно, если однородное электростатическое поле \vec{E}_0 перпендикулярно плоскости, в которой лежит траектория электрона, а точечный



Второй (районный) этап Республиканской олимпиады школьников по физике (2021 г.)
положительный заряд q находится на некотором расстоянии l от этой плоскости «с другой стороны» (Рис. 14).

Действительно, при движении электрона по такой окружности модуль (и проекция!) вектора \vec{E} и угла α (см. рис. 14) остаются постоянными, поскольку отрезок qe при этом описывает коническую поверхность (подобно шару на нити).

Подчеркнем, что если точечный заряд будет отрицательным, то подобрать подобное расположение полей не удастся, поскольку равнодействующая сил в этом случае будет направлена «от центра окружности».

Из второго закона Ньютона следует, что проекции этих сил на стандартные оси координат (Ox и Oy) удовлетворяют равенствам

$$eE \cos \alpha = eE_0, \quad (1)$$

$$eE \sin \alpha = ma = m\omega^2 r. \quad (2)$$

Возводя оба уравнения в квадрат и складывая их, найдем

$$(eE)^2 = (eE_0)^2 + (m\omega^2 r)^2. \quad (3)$$

Заметим, что уравнение (3) можно получить проще, с помощью теоремы Пифагора для треугольника сил.

Выражая из (3) модуль напряженности точечного заряда, приходим к выражению

$$E = \sqrt{(E_0)^2 + \frac{(m\omega^2 r)^2}{e^2}}. \quad (4)$$

С другой стороны, согласно закону Кулона и теореме Пифагора

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2 + x^2}, \quad (5)$$

где x – искомое расстояние от точечного заряда q до центра окружности ($x = l$), по которой движется электрон.

Из (4) и (5) находим

$$r^2 + x^2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\sqrt{(E_0)^2 + \frac{(m\omega^2 r)^2}{e^2}}}, \quad (6)$$

и далее

$$x = l = \sqrt{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\sqrt{(E_0)^2 + \frac{(m\omega^2 r)^2}{e^2}}} - r^2}. \quad (7)$$

Расчет по формуле (7) для параметров, приведенных в условии задачи, даёт

$$l = \left(\sqrt{\frac{1}{4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}} \frac{1,64 \cdot 10^{-9}}{\sqrt{(9,55 \cdot 10^3)^2 + \frac{(5,95 \cdot 10^8)^2 \cdot 1,58 \cdot 10^{-2}}{(1,76 \cdot 10^{11})^2}}} - (1,58 \cdot 10^{-2})^2} \right) (\text{м}) =$$

$$= \{0,0139625029\} = 1,40 \cdot 10^{-2} \text{ м} = 1,40 \text{ см}. \quad (8)$$

В соответствии с правилами округления (см. данные условия и справочные данные) окончательный ответ приводим с точностью до трёх значащих цифр.

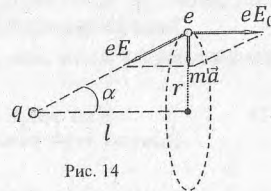


Рис. 14

Второй (районный) этап Республиканской олимпиады школьников по физике (2021 г.)

11-5. «Время истекло» Поскольку резистор R и катушка индуктивности L включены параллельно (Рис. 15), то после замыкания ключа K напряжение на них будет одинаково и равно ЭДС источника \mathcal{E} .

Следовательно, сила тока через источник в некоторый момент времени

$$I(t) = I_R + I_L. \quad (1)$$

Для резистора справедлив закон Ома

$$I_R = \frac{\mathcal{E}}{R}. \quad (2)$$

Сила тока $I_L(t)$ через катушку должна меняться со временем таким образом, чтобы создаваемая ею ЭДС самоиндукции (с учётом правила Ленца) компенсировала внешнее напряжение

$$\mathcal{E} = L \frac{\Delta I_L}{\Delta t}. \quad (3)$$

Из (3) выразим малое приращение силы тока ΔI_L за промежуток времени Δt

$$\Delta I_L = \frac{\mathcal{E}}{L} \Delta t. \quad (4)$$

Суммируя (4) по Δt (с учётом начальных условий $I_0 = 0$) найдём зависимость силы тока через катушку индуктивности от времени

$$I_L(t) = \frac{\mathcal{E}}{L} t. \quad (5)$$

Согласно (5) сила тока через катушку индуктивности возрастает прямо пропорционально времени.

Заряд, прошедший через катушку за время τ , равен площади под графиком $I_L(t)$ за это время, т.е. площади прямоугольного треугольника

$$q_L(\tau) = \frac{\mathcal{E}}{2L} \tau^2. \quad (6)$$

Полный заряд через источник за это время, согласно (1), найдем как сумму зарядов, прошедших через резистор и через катушку индуктивности

$$q(\tau) = q = I_R \tau + q_L(\tau) = \frac{\mathcal{E}}{R} \tau + \frac{\mathcal{E}}{2L} \tau^2. \quad (7)$$

Решая квадратное уравнение (7), найдем искомое время замыкания ключа (отбрасываем отрицательный корень)

$$\tau = \sqrt{\left(\frac{L}{R}\right)^2 + \frac{2qL}{\mathcal{E}}} - \frac{L}{R}. \quad (8)$$

Расчет по формуле (8) для приведенных в условии значений даёт

$$\tau = \left(\sqrt{\left(\frac{3,2 \cdot 10^{-3}}{1,6}\right)^2 + \frac{2 \cdot 15 \cdot 3,2 \cdot 10^{-3}}{3,0}} - \frac{3,2 \cdot 10^{-3}}{1,6} \right) (\text{с}) = \{0,1768966182\} = 0,18 \text{ с}. \quad (9)$$

В соответствии с правилами округления (см. данные условия) все окончательные расчёты приводим с точностью до двух значащих цифр, поскольку две значащие цифры содержатся во всех данных условия.

P.S. Уважаемые члены жюри, коллеги! Нам предстоит интересная и творческая работа по оцениванию олимпиадных работ юных дарований на втором (районном) туре Республиканской олимпиады. Помните, что Международная Олимпиада 2022 года будет проводиться в Беларуси (г. Минск)! Это не только большое признание наших успехов на международной арене, но и громадная ответственность перед Мировым Физическим Сообществом. Все должно быть «физично» и красиво!

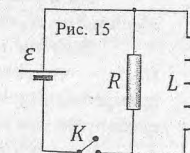


Рис. 15